به نام خدا

سایت گروه آموزشی آلم

ابتدایی، راهنمایی، دبیرستان، کنکور و دانشگاه

www.g-alm.ir	
www.g-alm.ir/ac	دانشگاه
www.g-alm.ir/forum	انجمن
www.g-alm.ir/azmoon	آزمون های آلم
www.g-alm.ir/shop	فروشگاه
www.film.g-alm.ir	فیلم های آموزشی

۱) ابتدا مربع کامل $x^۲+۴x+۹=(x+۲)^۲+۵$ می‌نویسیم با جایگذاری $x=\sqrt{۳}-۲$ داریم:

$$\sqrt{۳}^۲+۵=۸$$

بنابراین:

$$f(\sqrt{۳}-۲)=\log_{\frac{۱}{۲}}^{۸}=\log_{۲^{-۱}}^{۲^۳}=\frac{۳}{-۱}=-۳$$

نکته: برای عددگذاری در توابع درجه ۲ باید مربع کامل بنویسیم.

۲) اتحادهای تابع تانژانت: حالت‌های مهم:

$$۱)\ \frac{\tan(x)+\tan(y)}{۱-\tan(x)\tan(y)}=\tan(x+y)$$

$$x=y\Rightarrow\frac{۲\tan x}{۱-\tan^۲ x}=\tan ۲x$$

$$y=\frac{\pi}{۴}\rightarrow\frac{۱+\tan x}{۱-\tan x}=\tan(\frac{\pi}{۴}-x)$$

$$۲)a=b+c\Rightarrow\tan a-\tan b-\tan c=(\tan a)(\tan b)(\tan c)$$

مثال:

$$\tan ۵x-\tan ۳x-\tan ۲x=\tan ۵x\tan ۳x\tan ۲x$$

راه حل مسئله:

$$\tan ۴۰^\circ=\frac{۲\tan ۲۰^\circ}{۱-\tan^۲ ۲۰^\circ}\xrightarrow{\tan ۲۰^\circ=x}۰/۸=\frac{۲x}{۱-x^۲}\Rightarrow\frac{۴}{۵}=\frac{۲x}{۱-x^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۲}{۵}=\frac{x}{۱-x^۲}\Rightarrow ۲(۱-x^۲)=۵x\rightarrow ۲x^۲+۵x-۲=۰$$

$$\xrightarrow[\text{با}\Delta]{}x=\frac{-۵+\sqrt{۴۱}}{۴}$$

۳) به روش حل خیلی دقت کنید:

$$۲x+۱=۳-y \rightarrow x=\frac{۲-y}{۲}$$

بنابراین:

$$f(۳-y)=\frac{\frac{۲-y}{۲}-۱}{\frac{۲-y}{۲}+۵}=\frac{-y}{۱۲-y} \Rightarrow f(۳-x)=\frac{x}{x-۱۲}$$

برای بحث کامل و دیدن مثال‌های بیشتر رجوع کنید به درسنامه جامع ریاضی پایه در kanoon.ir

۴) تقریباً تمام مسائل مثلثات که ضرب باشند با اتحاد $۲\sin x\cos x=\sin ۲x$ حل می‌شوند:

$$(\cos\frac{\pi}{۵}\cos\frac{۲\pi}{۵})(\cos\frac{۳\pi}{۵}\cos\frac{۴}{۵})$$

دقت کنید که:

$$\cos\frac{۴\pi}{۵}=\cos\frac{۶\pi}{۵}$$ (زیرا مجموع دو کمان ۲π است)

یعنی

$$(\cos\frac{\pi}{۵}\cos\frac{۲\pi}{۵})(\cos\frac{۳\pi}{۵}\cos\frac{۶\pi}{۵})=$$

$$\frac{(۲\sin\frac{\pi}{۵}\cos\frac{\pi}{۵}\cos\frac{۲\pi}{۵})}{۲\sin\frac{\pi}{۵}}\times\frac{(۲\sin\frac{۳\pi}{۵}\cos\frac{۳\pi}{۵}\cos\frac{۶\pi}{۵})}{۲\sin\frac{۳\pi}{۵}}$$

$$=\frac{\sin\frac{۲\pi}{۵}\cos\frac{۲\pi}{۵}}{۲\sin\frac{\pi}{۵}}\times\frac{\sin\frac{۶\pi}{۵}\cos\frac{۶\pi}{۵}}{۲\sin\frac{۳\pi}{۵}}$$

$$\frac{\sin\frac{۴\pi}{۵}}{۴\sin\frac{\pi}{۵}}\times\frac{\sin\frac{۱۲\pi}{۵}}{۴\sin\frac{۳\pi}{۵}}=\frac{۱}{۱۶}$$

دقت کنید که: $\text{Sin}\frac{۴\pi}{۵}=\text{Sin}\frac{\pi}{۵}$ (چون مجموع کمان‌ها π است).

$\text{Sin}\frac{۱۲\pi}{۵}=\text{Sin}\frac{۳\pi}{۵}$ (چون مجموع کمان‌ها ۳π است).

نکته‌ای که استفاده کردیم:

(مجموع کمان‌ها مضرب زوجی از π) $\cos x_۱=\cos x_۲$

(مجموع کمان‌ها مضرب فردی از π) $\sin x_۱=\sin x_۲$

۵) $x-y=\frac{\pi}{۳}\rightarrow \text{Tan}(x-y)=\text{Tan}\frac{\pi}{۳}$

$$\Rightarrow \frac{\text{Tanx}-\text{Tany}}{۱+\text{TanxTany}}=\sqrt{۳}\rightarrow \frac{\text{Tanx}-\text{Tany}}{۱+(-۳)}=\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow \text{Tanx}-\text{Tany}=-۲\sqrt{۳}\xrightarrow{\div \text{TanxTany}}$$

$$\frac{\tan x}{\tan x\tan y}-\frac{\tan y}{\tan x\tan}=\frac{-۲\sqrt{۳}}{-۳}=\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{\tan y}-\frac{۱}{\tan x}=\cot y-\cot x=\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}=\frac{۲}{\sqrt{۳}}$$

مسئله زیبایی است. آنجا که بر $\tan x\tan y$ تقسیم کردیم را یادتان باشد.

۶) با تغییر متغیر $\sqrt{x}=T$ شروع می‌کنیم. همینجا $T\geq ۰$ است.

معادله با $T^۲-۲T+m-۱=۰$ تحویل می‌شود.

برای اینکه معادله اصلی دو جواب داشته باشد باید دو جواب مثبت برای T داشته باشیم. یعنی $T_۱,T_۲>۰$.

که این خود یعنی:

$$\Delta>۰ \quad \text{و} \quad T_۱T_۲>۰ \text{ و } T_۱+T_۲>۰$$

$$T_۱T_۲=\frac{m-۱}{۱}>۰\rightarrow m>۱ \quad \text{و} \quad T_۱+T_۲=۲>۰$$

$$\Delta>۰\Rightarrow ۴-۴(m-۱)>۰\rightarrow ۸-۴m>۰\rightarrow ۲>m$$

کلاً می‌شود: $۱<m<۲$. گزینه سوم صحیح است.

۷) ابتدا اینکه این جدول قبول نیست. باید کران بالا را به مرکز تبدیل کنیم. (قویاً حدس می‌زنیم امسال نکته‌ی مسئله آمار همین باشد).

دقت کنید که c=۱ است (اختلاف دو کران بالا) پس $\frac{c}{۲}=۰/۵$ است. کافی است کران‌های بالا ۰/۵ واحد کوچکتر شوند تا مرکز دسته‌ها بدست آید:

x_i	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
f_i	۳	۲	۱۲	۶	۱

حال برای محاسبه ضریب تغییرات ابتدا باید میانگین بگیریم. داده‌ی وسط را از داده‌ها کم می‌کنیم.

$x \to x-۱۰$

جدول جدید:

x_i	-۲	-۱	۰	۱	۲
f_i	۳	۲	۱۲	۶	۱

$$\Rightarrow \bar{x}=\frac{-۶-۲+۰+۶+۲}{۲۴}=۰$$

بنابراین میانگین جدول اصلی: ۱۰=۱۰+۰ است.

برای محاسبه واریانس باید میانگین یا همان ۱۰ را از داده‌ها کم کنید و از مربع داده‌های جدید میانگین بگیرید:

$$\frac{(-۲)^۲\times ۳+(-۱)^۲\times ۲+۰^{۲\times ۱۲}+(۱)^۲\times ۶+(۲)^۲\times ۱}{۲۴}=\frac{۲۴}{۲۴}=۱$$

بنابراین:

$$\sigma=\sqrt{۱}=۱$$

بنابراین:

$$C.V(x)=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{۱}{۱۰}$$

۸) ابتدا قرار دهید $x+۳=۱-y$ خواهیم داشت $y=۲-x$.

بنابراین: $f(۱-x)=\sqrt{\frac{۱-|۲-x|}{۲+|۲-x|}}$

برای دامنه داریم:

$$\frac{۱-|۲-x|}{۲+|۲-x|}\geq ۰ \xrightarrow{۲+|۲-x|>۰} ۱-|۲-x|\geq ۰$$

$$۱\geq |۲-x|=|x-۲| \Rightarrow |x-۲|\leq ۱$$

۹) برای معکوس کردن تابع درجه ۲ باید مربع کامل تشکیل دهید.

نکته مهم اینکه ابتدا باید f(x) محاسبه شود:

$$f(x+۲)=(x-۲)^۲+۱ \xrightarrow{x+۲=y} f(y)=(y-۲-۲)^۲+۱$$

$$\rightarrow f(y)=(y-۴)^۲+۱ \qquad y-۲\geq ۲ \Rightarrow y\geq ۴$$

$$f(x)=(x-۴)^۲+۱;\ x\geq ۴$$

حالا تابع معکوس را محاسبه می‌کنیم:

$$y=(x-۴)^۲+۱ \Rightarrow y-۱=(x-۴)^۲$$

$$\sqrt{y-۱}=|x-۴| \xrightarrow{x\geq ۴} \sqrt{y-۱}=x-۴$$

$$\Rightarrow \sqrt{y-۱}+۴=x \Rightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt{x-۱}+۴$$

۱۰) کافی است $A^۲$ را محاسبه کنیم:

$$A^۲=\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۲ & ۱\\ ۳ & ۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۷ & ۴\\ ۱۲ & ۷\end{bmatrix}$$

بنابراین:

$$(A^۲)^{-۱}=\frac{۱}{۱}\begin{bmatrix}۷ & -۴\\ -۱۲ & ۷\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۷ & -۴\\ -۱۲ & ۷\end{bmatrix}$$

نتیجه اینکه:

$$A^۲B=۲A+I \rightarrow B=(A^۲)^{-۱}(۲A+I)$$

$$\Rightarrow B=\begin{bmatrix}۷ & -۴\\ -۱۲ & ۷\end{bmatrix}\begin{bmatrix}۵ & ۲\\ ۶ & ۵\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۱۱ & -۶\\ -۱۸ & ۱۱\end{bmatrix}$$

۱۱) یعنی حاصل‌ضرب عددی اول یا۱ نباشد. از متمم کمک می‌گیریم. فضای نمونه‌ای۶×۶×۶=۲۱۶ حالت دارد.

حاصل‌ضرب ۱ فقط یک حالت دارد: (۱، ۱، ۱)

حاصل‌ضرب عدد اول: یعنی۲ یا ۳ یا ۵.

حاصل‌ضرب ۲ سه حالت دارد. (۱، ۲، ۱)، (۱، ۱، ۲) و (۲، ۱، ۱)

حاصل‌ضرب ۳ و ۵ نیز هرکدام سه حالت دارد.

بنابراین کلاً ۱۰ حالت داریم. جواب مسئله می‌شود.

$$۱-\frac{۱۰}{۲۱۶}=۱-\frac{۵}{۱۰۸}=\frac{۱۰۳}{۱۰۸}$$

۱۲) کمی معادله را ساده می‌کنیم:

$$\log_{۳}^{x}+\frac{۳}{۲}(\log_{x}۳^{۲})+۵=۰$$

$$\rightarrow \log_{۳}^{x}+\frac{۳}{۲}(۲\log_{x}^{۳})+۵=۰$$

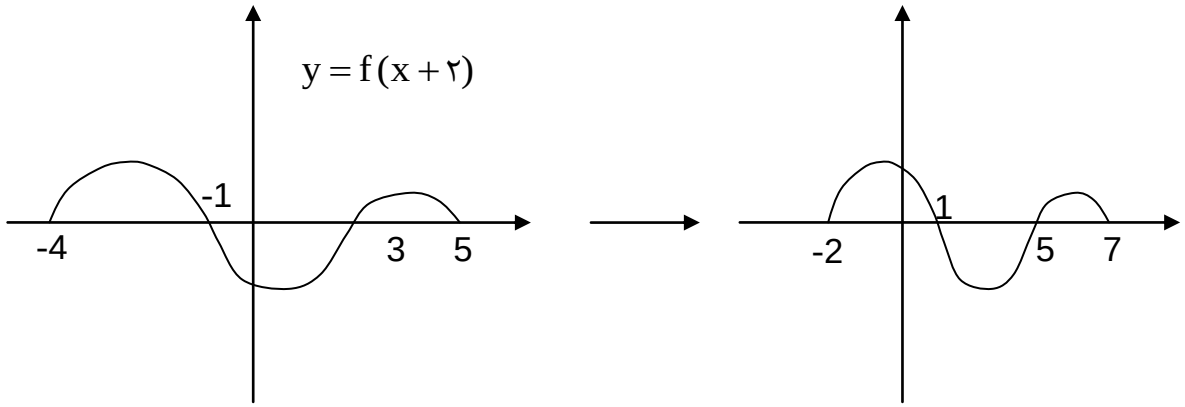
$$\rightarrow \log_{۳}^{x}+۳\log_{x}^{۳}+۵=۰ \xrightarrow{\log_{۳}^{x}=T}$$

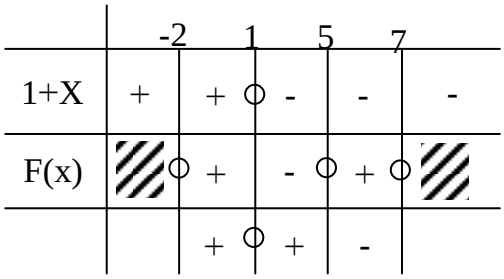
$$T+\frac{۳}{T}+=۰\rightarrow T^{۲}+۵T+۳=۰\rightarrow$$

$$T_{۱}+T_{۲}=-۵\rightarrow \log_{۳}^{x_{۱}}+\log_{۳}^{x_{۲}}=-۵$$

با دقت بخوانید.

۱۳) اگر نمودار $y=f(x+۲)$ را ۲ واحد به سمت راست انتقال دهیم نمودار $y=f(x)$ بدست می‌آید:





پس دامنه‌ی موردنظر $[۵, ۲-\cup]$ $\{۷\}$ است.

۱۴) با $۲x+۱=۱-y$ شروع می‌کنیم. نتیجه می‌شود:

$$x=\frac{-y}{۲}\rightarrow f(۱-y)=\frac{-\frac{y}{۲}-۶}{-\frac{۳y}{۲}+۵}=\frac{y+۱۲}{۳y-۱۰}$$

بنابراین جواب نهایی مسئله می‌شود:

$$\frac{x+۱۲}{۳x-۱۰}+۱=\frac{۴x+۲}{۳x-۱۰}$$

(این مسئله را خیلی جدی بگیرید).

۱۵) به کمک اتحاد تانژانت داریم:

$$Tan(\frac{\pi}{۲}-۲x)=\frac{۱-Tan۲x}{۱+Tan۲x}=\frac{۱}{۲}\rightarrow ۲-۲Tan۲x=۱+Tan۲x$$

$$\rightarrow ۱=۲Tan۲x\rightarrow Tan۲x=\frac{۱}{۳}$$

مجدداً تابع $Tan۲x$ را بسط می‌دهیم.

$$\frac{۲\tan x}{۱-\tan^{۲}x}=\frac{۱}{۳}\rightarrow ۶\tan x=۱-\tan^{۲}x$$

$$\to \tan^{۲} x + ۶\tan x - ۱ = ۰ \to \mathrm{Tan}x = \frac{-۶ + \sqrt{۴۰}}{۲} = -۳ + \sqrt{۱۰}$$

حالا داریم:

$$\mathrm{Tan}(\frac{\pi}{۴} + x) = \frac{۱ + \mathrm{Tan}x}{۱ - \mathrm{Tan}x} = \frac{۱ - ۳ + \sqrt{۱۰}}{۱ + ۳ - \sqrt{۱۰}} = \frac{\sqrt{۱۰} - ۲}{۴ - \sqrt{۱۰}}$$

۱۶) از $\lim_{x\to\infty} x f(۲x) = ۶$ می‌توانیم $f(۲x)$ را به صورت $\frac{۶}{x}$ تقریب بزنیم. بنابراین

$$f(۲x) \tilde{=} \frac{۶}{x} \to f(x) \tilde{=} \frac{۶}{\frac{x}{۲}} = \frac{۱۲}{x}$$

بنابراین

$$\lim_{x\to\infty} x\sqrt{\frac{f(x)+۴}{f(x)+۱}} - ۲x = \lim_{x\to\infty} x\sqrt{\frac{\frac{۱۲}{x}+۴}{\frac{۱۲}{x}+۱}} - ۲x$$

$$\lim_{x\to\infty} x\sqrt{\frac{۴x+۱۲}{x+۱۲}} - ۲x = \lim_{x\to\infty} x\sqrt{\frac{x+۳}{x+۱۲}} - ۲x$$

$$\xrightarrow{\text{برنولی}} \lim_{x\to\infty} ۲(x - \frac{۹}{۲}) - ۲x = -۹$$

نکته: از هم‌ارزی خیلی مهم برنولی استفاده کردیم:

$$x\sqrt[n]{\frac{x+a}{x+b}} = x + \frac{a-b}{n}$$

۱۷) ترکیب را انجام می‌دهیم:

$$gof(x) = \sqrt[۳]{f(x)} + ۱ = \frac{۲x^{۲}+۱}{x^{۲}+۱} + ۱ = \frac{۳x^{۲}+۲}{x^{۲}+۱}$$

مشتق تابع هموگرافیک ساده است:

$$\frac{(۳\times۱ - ۲\times۱)}{(x^{۲}+۱)^{۲}} \times ۲x = (\frac{۲x}{(x^{۲}+۱)^{۲}})_{x=۱} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$$

تبصره: طراح کنکور می‌تواند صورت مسئله را کمی دشوارتر کند و محاسبه‌ی $g'(f(۱)) \times f'(۱)$ را از شما بخواهد. مجدداً راه حل همین است.

۱۸) یعنی: $f(۱) = ۲$ و $f'' = ۰$. بنابراین:

$$\begin{cases} ۱ + a + b = ۲ \\ f'(x) = ۳x^۲ + ax \rightarrow f''(x) = ۶x + a \rightarrow ۶ + a = ۰ \end{cases}$$

نتیجه می‌شود $a = -۶$ و $b = ۷$. بنابراین

$$a^۲ + b^۲ = ۳۶ + ۴۹ = ۸۵$$

۱۹) نکته: بیشترین مقدار یک تابع کسری، با هوپیتال آن تابع در این نقطه برابر است.

در این مثال:

$$۵ = \frac{x^۲ + ax + ۳}{۲x^۲ + ۵} = \frac{۲x + a}{۴x} \rightarrow ۵ = \frac{۲x + a}{۴x}$$

در نتیجه:

$$۵ = \frac{x^۲ + ۱۸x^۲ + ۳}{۲x^۲ + ۵} \rightarrow ۱۰x^۲ + ۲۵ = ۱۹x^۲ + ۳$$
$$\rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{۲۲}{۹}} \Rightarrow a = ۱۸x = \pm ۶\sqrt{۲۲}$$

۲۰) ابتدا باید نقطه تماس که در این مسئله عطف است را بیابیم:

$$f'(x) = ۳x^۲ - ۶x \Rightarrow f''(x) = ۶x - ۶ = ۰ \rightarrow x = ۱$$

لذا $x=۱$ خودبخود $y = f(۱) = ۲$

نقطه تماس (۲، ۱) است.

برای بدست آوردن m داریم:

$$m = f'(۱) = -۳$$

یعنی خط قائم می‌شود:

$$y - ۲ = +\frac{۱}{۳}(x - ۱) \Rightarrow y = \frac{۱}{۳}x + \frac{۵}{۳}$$

عرض از مبداء: $\frac{۵}{۳}$ است.

۲۱) تعریف: آهنگ متوسط تغییر تابع f(x) در بازه‌ی $[x_۱, x_۲]$ برابر است با $\frac{f(x_۲)-f(x_۱)}{x_۲-x_۱}$ که می‌شود:

$$\frac{f(۵)-f(۳)}{۵-۳}=\frac{\frac{۲۶}{۶}-\frac{۱۰}{۴}}{۲}$$

$$=\frac{\frac{۱۳}{۳}-\frac{۵}{۲}}{۲}=\frac{\frac{۲۶-۱۵}{۶}}{۲}=\frac{۱۱}{۱۲}$$

آهنگ لحظه‌ای در x=۲ یعنی $f'(۲)$:

$$f'(x)=\frac{۲x(x+۱)-(x^۲+۱)}{(x+۱)^۲}=\frac{۲x^۲+۲x+x^۲-۱}{(x+۱)^۲}$$

$$=\frac{x^۲+۲x-۱}{(x+۱)^۲}\Rightarrow f'(۲)=\frac{۷}{۹}$$

جواب مسئله:

$$\frac{\frac{۷}{۹}}{\frac{۱۱}{۱۲}}=\frac{۷\times۱۲}{۹\times۱۱}=\frac{۷\times۴}{۳\times۱۱}=\frac{۲۸}{۳۳}$$

۲۲) $\int \cos^۲ ۳x dx=\int \frac{۱+\cos ۶x}{۲}=\frac{۱}{۲}(x+\frac{\sin ۶x}{۶})=\frac{x}{۲}+\frac{\sin ۶x}{۱۲}$

۲۳) نکته: $\int f(ax)dx=\int f(bx)dx$. کرانها را باید درست انتخاب کنید.

$$\int_۱^۴ f(x)dx=\frac{۲}{۱}\int_۲^۲ f(۲x)dx=۲(\text{مساحت مثلث})=۲(\frac{۱}{۲}\times۲\times۳)=۶$$

۲۴

) فاصله نقطه (۶ و ۲) A از خط $۲y-۲x=۵$ برابر شعاع مربع است.

بنابراین:

$$۲y-۲x-۵=۰ \rightarrow \frac{|۱۲-۴-۵|}{\sqrt{۴+۴}}=\frac{۳}{۲\sqrt{۲}}$$

نتیجه می‌گیریم:

$$\text{قطر مربع}=d=\frac{۳}{\sqrt{۲}} \rightarrow \text{ضلع مربع}=\frac{d}{\sqrt{۲}}=\frac{۳}{۲}$$

$$\rightarrow \text{محیط مربع}=۴\times\frac{۳}{۲}=۶$$

۲۵) چه دایره‌ای بر هر دو محور مماس است؟

پاسخ: دایره‌ای که اگر $(x_۰,y_۰)$ مرکز آن باشد داشته باشیم $|x_۰|=|y_۰|=r$

در این مسئله دایره چون از (۲، ۱) می‌گذرد حتماً در ناحیه اول است.

$$(x,x_۰)^۲+(y-y_۰)^۲=r^۲ \rightarrow (x-r)^۲+(y-r)^۲=r^۲$$
$$\xrightarrow{(۱,۲)}(۱-r)^۲+(۲-r)^۲=r^۲$$
$$r+r^۲+۲r+۴-۴r+r^۲=r^۲ \rightarrow r^۲-۶r+۵=۰$$
$$\rightarrow (r-۱)(r-۵)=۰ \xrightarrow{\text{بزرگتردایره}} r=۵ \xrightarrow{\text{مساحت}} ۲۵\pi$$

۲۶) مجدداً تأکید می‌کنیم از فرمول‌های غیراستاندارد استفاده نکنید. همان روش کتاب درسی بهترین است:

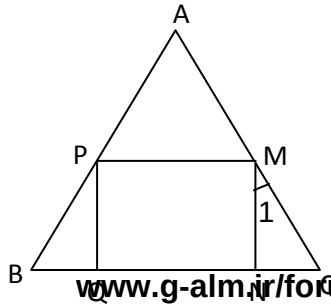
$$(x^۲+۶x)-۴y^۲+۲۰=۰$$
$$\rightarrow (x+۳)^۲-۹-۴y^۲+۲۰=۰ \rightarrow (x+۳)^۲-۴y^{-۲}+۲۰=۰$$
$$\rightarrow (x+۳)^۲-۴y^۲=-۲۰ \rightarrow ۴y^۲-(x+۳)^۲=۲۰$$
$$\rightarrow \frac{y^۲}{۵}-\frac{(x+۳)^۲}{۲۰}=۰$$

بنابراین $a^۲=۵$ و $b^۲=۲۰$ است. یعنی

۲۷) اگر دقت کنید با چنین شکلی مواجه هستید:

از آنجا که $\hat{c}=۶۰^\circ$ لذا $\hat{M}_۱=۳۰^\circ$ است. پس در مثلث قائم‌الزاویه‌ی $\overset{\Delta}{MNC}$ NC برابر نصف وتر است.

مثلاً $MC=۲x$ و $NC=x$. خودبخود $MN=x\sqrt{۳}$ است.



پس $QN = x\sqrt{۳}$ و $BQ = x$. کلاً می‌شود:

$$x + x\sqrt{۳} + x = BC = ۳ \rightarrow x(۲ + \sqrt{۳}) = ۳$$

$$\rightarrow x = \frac{۳}{۲ + \sqrt{۳}} \xrightarrow{\text{کردنگویا}} = ۳(۲ - \sqrt{۳})$$

بنابراین ضلع مربع می‌شود

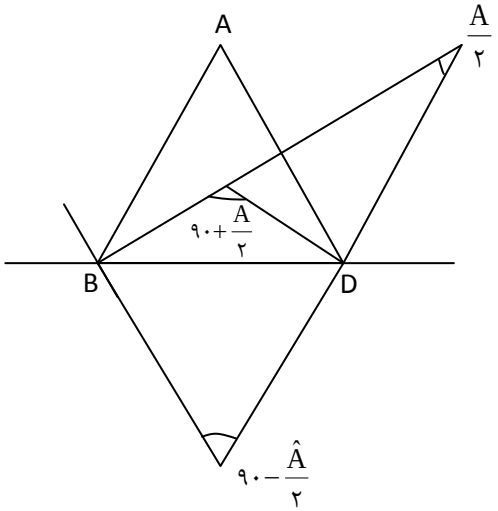
$$x\sqrt{۳} = ۳\sqrt{۳}(۲ - \sqrt{۳})$$

و مساحت آن می‌شود:

$$S = (۳\sqrt{۳})^{۲}(۲ - \sqrt{۳})^{۲} = ۲۷(۷ - ۴\sqrt{۳})$$

۲۸) مجموع زاویه‌های خارجی هر شکل ۳۶۰° است.

در اینجا نکته مهم‌تر زاویه بین نیمسازها است.



بین دو نیمساز داخلی: $۹۰+\frac{\hat{A}}{۲}$

بین دو نیمساز خارجی: $۹۰-\frac{\hat{A}}{۲}$

بین یک نیمساز داخلی و یک نیمساز خارجی: $\frac{A}{۲}$

در این مسئله: $۳۶x = ۳۶۰ \to ۸x + ۱۳x + ۱۵x = ۳۶۰^\circ$

$\to x = ۱۰$

بنابراین زاویه‌های خارجی: ۸۰، ۱۳۰ و ۱۵۰ هستند.

یعنی زاویه‌های داخلی، ۱۰۰ و ۵۰ و ۳۰ می‌باشند.

دو زاویه کوچکتر ۵۰° و ۳۰° هستند. لذا برای $۹۰ + \frac{\hat{A}}{۲}$ باید $\hat{A} = ۱۰۰^\circ$ بگیرید. می‌شود:

$۹۰^\circ + ۵۰^\circ = ۱۴۰^\circ$

۲۹) فرض کنید a,b,c اضلاع یک مثلث دلخواه باشند. با محاسبه‌ی $p = \frac{a+b+c}{۲}$ (نصف محیط)

می‌توانید مساحت را از فرمول هرون محاسبه کنید:

فرمول هرون $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

در اینجا: $p = \frac{۵+۶+۷}{۲} = ۹$ بنابراین

$$S = \sqrt{۹ \times ۴ \times ۳ \times ۲} = ۶\sqrt{۶}$$

بزرگترین ارتفاع روی کوچکترین ضلع است:

$$S = \frac{۱}{۲} c h_c \to ۶\sqrt{۶} = \frac{۱}{۲} \times ۵ h_c \to h_c = \frac{۱۲\sqrt{۶}}{۵}$$

۳۰) خیلی مهم: وقتی مثلثی را حول قاعده دوران می‌دهیم مخروط بوجود می‌آید:

ارتفاع مخروط= ارتفاع مثلث

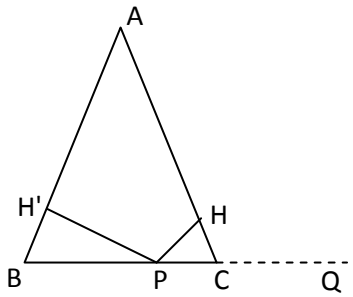
شعاع مخروط = نصف BC

ارتفاع مثلث با قضیه فیثاغورس: $\sqrt{۳۲} = ۴\sqrt{۲}$

بنابراین:

$$V = \frac{۱}{۳}(۴\sqrt{۲})(\pi \times ۲^۲) == \frac{۱۶\sqrt{۲}\pi}{۳}$$

یک نکته از مثلث متساوی‌الساقین: مجموع فواصل هر نقطه روی قاعده از دو ساق برابر با ارتفاع ساق‌ها است.



$$PH + PH' = h_b = h_c$$

اگر نقطه روی امتداد باشد:

$$|QH - QH'| = h_b = h_c$$

تا حالا از دومی کلاً سؤال نیامده است.

پیروز و پایدار باشید

میلاد منضوری

telegram.me/riazimansouri